

非線形応答非平衡，散逸系のダイナミクス

(生命科学への一アプローチ)

佐藤 均

Dynamics for Non-linear, Non Equilibria Dissipative Complicated Systems

(An approach to life science)

Hitoshi Sato

はじめに

多少とも複雑な多自由度の系例えば液晶生体高分子粘性や圧縮性液体の方程式は本質的に非線形でありこれらの方程式に含まれる変数の変動が微小のときにのみ線形近似が可能であり、変動がかなり小さければ摂動法が適用できる。変動が大きくなれば摂動法が使えず非線形問題が登場する。ソリトンやレーザー分光学はすでに非線形の世界であり対流ベナールセルの様な人工生命物も然りである。更に例えば生物学で神経の興奮や伝達は ionics の世界だがこれは非線形微分方程式 (Hodakin-Huxley. eq) により記述される。一方振動論での Chermwell-Wright の方程式はかなり複雑な非線形差分微分方程式： $du(t)/dt = (a - u(t-1))u(t)$ ，ここでは a の値によって振動パターンが激変するのだが，これによって記述される。つまり $0 < a \leq 1/e$ では振動が起らず $a > 1/e$ では振動するし $a > \frac{\pi}{2}$ のときは非減衰となる等々である。この様に非線形問題はきわめて delicate で意義深い。重力での一般相対論， $G_{ik} = -kT_{ik}$ なる等式はまさしく非線形である為に大層むつかしい (G_{ik} は Einstein のテンソル)。

□ 問題の動機発端

今日いわゆる「物理帝国主義**」は大きな曲り角に立たされており修正改良を全儀なくされている様に思われる。そこでは Newton, Laplace 以来基本的自然法則は線形又は線形近似のパラダイムに立脚しており，量子力学すらその例外ではなく従って「観測の理論」も線形近似の世界であった¹⁾。他方実際に実現されている自然そのものは多くの場合非線形的であり物質も多くの場合非線形応答を呈することが知られている。液体を例にすれば Newton 液体はほんのわずかしかなかく大半は非線形応答的つまり非 Newton 液体であろう。さて上述の基本的自然法則と現実の自然は少なくとも見掛け上何か mismatch がある様に思われて仕方がない。すなわ

ち前者は対称的で本質的で線形であるのに後者はしばしば対称性が破れており、しかも非線形応答的である点である。このミスマッチは我々に事によたら線形又は線形近似パラダイムそれ自身に間違いがあるのではないかとの疑念を呼びおこすのである。この想定は多分正しいであろう。つまりこの考えは非線形パラダイムに立ち、見掛上の線形性はその一部分として内包させてしまおうというものである。しかし問題は数学的困難さである：一般に非線形微分方程式はごく少数の例外を除いてはその解法は見出せないのである。だが幸いにして computer simulation により昔は考えられなかった事が次第に可能になりつつある。非線形応答系に対する最近の人々の関心の高まりは electronics, computer の進歩と大いに関係がありそうである。それだからといって computer の役割を過大評価することは禁物でたとえ super computer を使っても地震の予知や気象現象では尚手にあまる問題が多いのも事実である。元来線形、非線形概念は数学的用語であり、定義する迄もなく前者は原因たる in put 量と結果たる out put 量が比例する事を意味する。だから例えば光学で光に対する物質（媒質や場も含めて）の応答が光強度の 2 乗、3 乗…に比例する場合は非線形光学⁴⁾に相当し今日 LASER 光線⁹⁾、電子線ホログラフィー等々の花形の技術はいずれもこれ属するだろう。エレクトロニクスではエサキダイオードでの電流、電圧の関係は有名な非線形つまり負性抵抗がよく知られている。非線形性の背後には基本的物理量の殆んどが級数に展開できるとの数学的根拠がある為であろう。今ラマン散乱の Raman 光を考えてみよう。ラマン線の生ずる原因は分子振動と入射光の直接交渉ではなく、強制振動を受けるのはその中の電子だけである。入射光の振動数を ν とすれば、分極率 α の分子に生ずるモーメントは $m = \alpha E_0 \cos 2\pi \nu t$ となる。分極率 α は分子に含まれる原子核の平衡位置からの変位 q の関数であるその付近では $\alpha = \alpha(q) = \alpha_0 + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial q}\right)_0 q + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \alpha}{\partial q^2}\right)_0 q^2 + \dots$ と級数展開される。 α の変化が重要だ。他方、ニュートンに対しアインシュタインの一般相対論の方程式はまさに非線形であることは我々に強い印象を与える。（**このおぞましい用語は多分 Lord Kelvin の頃に出来たとされる）

□ 「湯川口害」は何を予言したか？

かつて湯川秀樹博士が晩年に京都弁で非公式の席でこう発言されてお弟子さんのひんしゅくを買ったそうである：『どうも近ごろの物理はようわからん。わしにもわからんむつかしい数式を使いおる。どんどん大型の加速器を使うて粒子を衝突させたら、そら何か出てくることは子供にもわかる理屈やがな。だが、イメージがあれへんのか。物理学の全盛はわしの時代でおしまいや。だからよう弟子に云ってんのか、物理から生物へ飛び込めと、そしたら何か面白いことも見つかるかも知れんというてんねん…』この発言は一面では物理帝国主義が近い将来弱体化するかも知れないとの暗示なのであろう。そして伝統的な要素還元主義に徹することに関りがある事をもである。早くも近頃の物理専門誌にも生物フォトンとかアクチンミオシンの機構とか粘菌のレオロジーといった生物的テーマが時々出現している様である。要するにより複

雑で自由度の大きな系への進出である。他方生物学はホーリズムつまり全体論主義であろう、これには多分アリストテレス的目的論の伝統が影響しているのかも知れない。少なくとも近代的目的論である。たしかに生命や生物はエントロピー増大を主張する熱力学第二法則に表面上さからって自己触媒的な勢いで増繁し常にエネルギーの出入を行うので非線形非平衡の散逸系であると主張することは可能である。少なくともこの系は生物らしさに対する充分条件とは云えない迄も必要条件であることに疑念はない。さて、我々が生命体や人工的生物等の複雑系に挑む際に直面する困難はとりわけ数学的困難性でありそれ故先述の要素還元主義の立場とホーリズム（全体論）とは相補的關係として捉える必要がありその間の対立は aufheben（止揚）されるべきと思考されるのである。

又それを記述する数学も例えば微分方程式に代わって応々にして差分又は近似差分方程式の方がより適切であることも起こり得よう。（例えば脳神経の作動インパルス）

その事例は後述するがその中でも生物増殖率に関する Logistic 方程式は印象深い。

□ 熱力学、化学熱力学は真に完成した分野か？

ここではとりわけ非平衡系について考察を加え同時に化学平衡の真の意味を問直してみよう。化学反応が先述の物理と生命の両極端の立場の中間的なものであることは一応万人が納得するであろう。化学平衡での平衡とは分子、原子レベルで見た際決して静的なものではなく動的な平衡であることを我々はとかく見過ごし易い。「動的平衡」といった表現はちょっと矛盾語である印象を与えるかも知れない。それはあたかも「飛矢は静止する」の表現と似ていなくもない。この主張は例えば難溶性の塩の溶解度平衡等々から見て正しいであろう。

化学反応では例のエントロピーをじかに出すことはせず（ともかくエントロピーという概念は絶対的の意味でむつかしく哲学的である）それに代って Gibbs の自由エネルギー ΔG 又は化学ポテンシャル μ を用いることにより一応相律をはじめとして諸々の化学平衡の問題に対処できる事実からして一応化学熱力学が完成した理論だと考え易いがはたしてそうであろうか。成程可逆プロセスや準静的プロセスそして平衡論ではその完成度は文句のつけようがないが非可逆過程や非平衡では Brüssel 自由大学の I. プリゴジーン等の努力にも拘わらず未完成なのである。そこで化学平衡では可能と思われた自由エネルギー（又は化学ポテンシャルにとって代わるのがエクセルギー（仏語）というわけだ。この定義式は1938年頃旧ソ連の有名な L. Landau によるとされる、エクセルギー導入は正に一つの熱力学に革命をもたらすと思われる。自由エネルギーもエクセルギーもその物理的次元は共通で「work」に他ならないが決定的な相異は前者は環境を基準にした量ではないのに対し後者は環境を基準にした量である点である。後者の定義は $E_x = W = (U - U_0) - T_0(S - S_0) + P_0(V_0 - V)$ で与えられた丸印は夫々の環境と同化した値である。Uは物質の内部エネルギー、 T_0 は環境の温度を、又Sはエントロピーであるが、自由エネルギーもエクセルギー E_x もSなしでは定義し得ない。両方ともいわば available

energy である。

しかるにエクセルギーの方が自由エネルギーよりも合理的であることは化学反応において原系と生成系が全く同じ温度、圧力ということもあり得ないことから明白であろう。それにも拘わらず従来自由エネルギーが近似的に良く成立っていた理由は、化学反応ではやはりモル数の様な化学的因子が物理的因子（温度、圧力）よりも一桁以上も影響力が強い為であると考えられる。それはさておき熱力学は時間 t を含まないという点で独得であり且不思議な学問といえよう。しかもエクセルギーを用いても尚不可逆過程の熱力学の数学的表現は完成には遠いのである。先述の様に化学平衡での平衡とは熱平衡とは異なり文字通り静止した死の平衡ではないとのべた。静止した平衡とは死を意味しそこでは生命は考えられない。生命、生きていることとは、するとどうしても非平衡且エネルギー散逸系でなければだめである。つまり時々刻々と平衡から遠ざかった状態の維持これこそ生きている事である筈である。事実すべての生化学的サイクルそこでは酵素が関与してゐるのだ*がすべて化学平衡から遠ざかった状態に仕組まれていることは殆んど万人が認める筈である。そこでは特に化学平衡の動的性格が基本にあるとしなくてはならない。さもなければどんな単純な代謝プロセスも維持継続され得ないからである。乱暴な言い方だが平衡、非平衡の考えから生命の死と生を一度に定義出来ることにもなる。この事は生物に限らず都市、社会組織や経済学その他の分野にもある程度応用が利くであろう。つまり静的平衡=死なのであり時間 t が止まるからである。（エネルギーや物質の流れは当然停止する。）さて I. プリゴジヌは自由エネルギー散逸極小原理を主張したがより正確にはエクセルギー逓減の法則つまり物質のもつエクセルギーは常に減り、放置すれば環境と同化してゼロになりその進み方は諸条件が許すかぎり最速で減るという結論になる。この最速原理（最大原理ともいう）は非平衡熱力学の中でも重大な原理であろう。（*流動平衡ともいう）

□ 様々な B. Z. 反応を考える（原形質の模倣として）

1952年頃ロシアの物理生物学者のペリョーゾフとやや遅れてジエボチンスキーは細胞中の生化学反応を真似た非平衡系の溶液つまり酵素、基質、酸化剤に相当する化学物質を含んでいるがこれが化学振動（化学時計）すると言う意外な事実を見出したがこれを彼等の名前のイニシャルをとって B. Z. 反応と呼び、今日では無数に多くの B. Z. 反応が知られる様になったがこれは正しく生物の一特徴であるリズムとパターンが自発的に発生した事を示すものである。光に敏感な B. Z. 反応もある。その本質は酸化還元反応で電位により酸化剤と還元剤との間で振動する。この様に非平衡系ではその周期は楽に求められるが通常平衡定数 K_c の値は求める必要はない。筆者が B. Z. 反応の実物を見たのは今から5年程前の化学展においてであったが唯奇意には感じたがその意義については良く理解出来なかった。約10秒位の周期で赤と青の溶液（セリウムイオン）が確かに振動していたのを見た。B. Z. 反応溶液は同時にトリガーの刺激で同心円やらせんのパターンも形成しこれは生物の自己組織化と似ている。ペリョーゾフのこの発

見は必然的でもあり偶然的でもあると思われ、平衡系では決してあらわれないものであろう。触媒、酵素反応は極度に非線形非平衡的で自己増殖的に挙動する。パターンの形成だけならアスコルビン酸水溶液でも起こる事が知られている。又かなり以前から物理化学で知られた「リーゼガング環」は空間的に固定されたパターンである。発生学での卵には Ca^{2+} のリズム波動が必要であると聞いている。さて B. Z. 反応液からの類推によれば最近飲料水の磁氣的処理と思われる生体水 (π -water ともいうが学術用語ではない) は Fe^{2+} - Fe^{3+} セラミックス (π 化セラミックス) を通過後に得られるそうだがこれも非平衡系を作り出している筈である。 $(\text{H}_2\text{O})_n$ クラスタを大きなボール状から鎖状の小さいものに変えすべての点で生物細胞にプラスの効果をもたらす、一種の非イオン水でもある。真水自体が反磁性体なので磁場によって意外な効果をもたらすのだからごく最近 8 テラスといった強力な磁束密度下で水槽の水が二つに分かれる「Moses 効果」が見出された。水自体がエントロピーの小さな物質で π -water は更に小エントロピー (換言すれば大きなエクセルギー) が実現された状態といえる。附言すれば普通の真水は物理的な平均会合度は 5 だと推定されている。この根拠は中性子回折とか computer シミュレーションによる。且し 10^{-12} 秒の寿命で $(\text{H}_2\text{O})_5$ は崩壊し再形成がくりかえされる。しかし $(\text{H}_2\text{O})_5$ は最低のクラスターでもっと大きな例えば正 20 面体的なクラスターもあり得るがいずれも超短寿命である。そこでは水素結合の切断と再結合が絶えず生じているがその様なプロセスは生化学反応ではごく普通であろう。他方例えば生体液晶たる卵レシチンは水に作用すると直ちに分子間力つまり疎水結合なる見掛けの結合で細胞膜類似の膜が形成されるのも興味深い (自己組織化の一つ)。この自発的膜形成は特に物理生物学者の関心の一つで疎水結合によりエネルギーが低下する為である。以上表題の非線形非平衡散逸系はとくに生命らしさを考える場合当然水溶液系であることは必然的である。水溶液中のイオン分子イオンが電気をはこぶので electronics というより ionics と表現した方が、例えば神経伝達等には適切であろう。パルス電位は水和 K^+ , Na^+ なしには不可能であろう。(イオンポンプの实在)

□ 複雑な系に付随する諸概念と Key words

とりわけ生物らしさとかその他の複雑系は従来の要素還元主義に徹した物理学では手の出し様がなかった。ホーリズムが必要である。この項目ではゆらぎ、カオス、分岐現象等々が早速問題となろう。又かなり最近ファジーコンピューターの様な素子も実用化され人間生活のアメニティに寄与する場面もふえつつある。エントロピーと並んでゆらぎは自然界に広くその存在がみとめられとくに生命にはゆらぎの意義は大きい。又自然を統一的に理解する上にも不可欠といえる。自由度が大きい複雑な系は大半が非線形応答的だと述べた。それ丈にその系にまつわる key words や概念の多様性はまことに驚くべきものであろう。よく生命の「進化の触手」としてのゆらぎの働きが論じられているがその根拠には深いものがある。生物や人間を単に遺伝子のキャリアーとする見方には必ずしも賛同出来ないが反面 DNA のセントラルドグマは厳

然とした事実でありそのドグマ自体が生物学としては相当要素還元主義の性格が強い、つまり四種のプリン、ピリミジン塩基にプロセスを還元してしまうのであるから。ついでに云えば本来目的論は生物学の理論だが意外に物理法則たとえば最小作用の原理、変分原理等はいわば近代的目的論の性格を帯びている。それ故にこそ要素還元主義と目的論的ホーリズムは対立的というより相補的なものとされねばならないと思考される。(Contralia sunt Complementa の思想)。言う迄もなく還元主義の利点は数学的厳密さと結びつけ易いことだ。そしてその vertex は量子力学であろう。

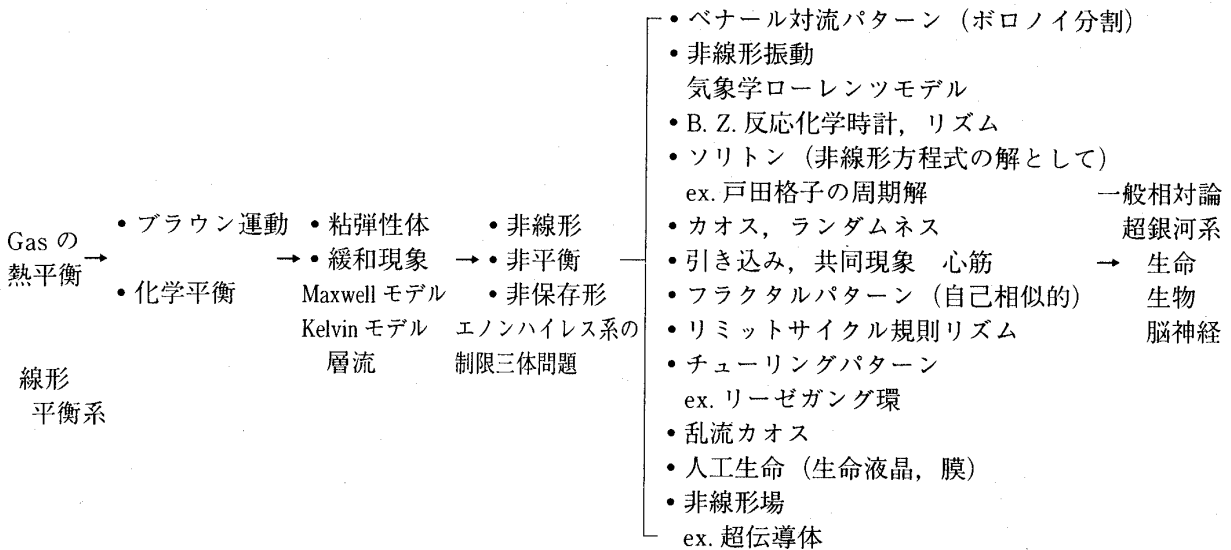
ここでちょっと東京工大の動物生理学教授本川達雄氏の人間の時間、動物の時間なる論文を引用させて頂こう。生物学にもこれ程物理的に表現できるものかと感心した次第である『…時間だけでなくエネルギー消費も体重と関係し動物のエネルギー消費量は体重の1/4乗に比例する。小さい動物の方が体の割りにエネルギーを多く使う。そして時間とエネルギー消費量は反比例する。換言すれば時間の進行速度はエネルギー消費量に比例する。エネルギーを沢山使えば時間が速く進む。文明の利器はすべてエネルギーを使って時間を速めている。その速い時間がストレスの原因となり現代人の心をむしばむ…』この記述は非常に物理的表現のきつい生物学の論文であろう。 $\Delta E \cdot \Delta t \geq h$ なる Heisenberg の不確定原理を思いおこすからである。(代わりに $\Delta t \cdot \Delta E = K = K(\text{ml}^2\text{t}^{-1})$ が成立つ)³⁾ このいわば巨視的不確定性関係について例えば世界史上の文明の又は社会の存続期間 t とエネルギー消費量 E の積が一定とする仮定とくめて筆者も以前から類似の関係を考えていたのであった。

自然界には生物・非生物を問わず実に様々なフォームやパターンが見られるがそれらの生成原理は疑いもなく場(ベクトル場)の作用や拘束力によるものでいずれも空間の変化率が重要である。又スケーリングは線形的世界では理解できない概念であり、マクロとミクロのパターンの似た世界は contraction (縮約) 操作によってサイズは異なるが、統一的に理解できると信じられている。類似パターンを列挙しだしたらきりが無いが、例えば脳サンゴと磁場下での磁性流体のパターンはよく似ているし又18C. のリヒテンベルクの放電パターンとデンドライトパターンも本来関係ないのによく似ており、宇宙論でのうず巻銀河とコーヒーカップのうずもよくパターンが似ている。

従ってスケーリングは非線形の系に独得である。フラクタル図形の神秘さは我々に大きな興味をおこさせるがこれは数学のワイヤシュトラウスや高木の微分不能関数と酷似しており、より単的には入れ子(マトリョーシカ人形の様な)構造とも関係している。阪大の池内了教授は重力による大小様々な天体構造(銀河系等)にもフラクタル概念が適用出来ると指摘されている。フラクタル図形はその部分が全体と自己相似になっているがそれが無数にくり返され入れ子構造になる。唯天体では系が大きくなる程密度が小さくなる傾向にある。更に池内先生は宇宙初期の密度のゆらぎが成長して銀河等が形成される際にいわゆる dark matter や missing mass の問題に言及され、重力質量 M_G と分光的質量 M_L の間の大きなギャップがきわめて深

刻な問題を提起しているとされ、dark matter の考えうる候補を述べられたのであるが（その中にはニュートリノ、フォティーノ、アキシオンといった光と相互作用しないものも含まれる）、密度のゆらぎの成長は dark matter によって助けられたとの idea に言及されたがこれは大変意義深く感じられた。ゆらぎの成長こそあらゆる物質存在の根拠とも云えるからである。同教授によれば圧倒的に沢山ある黒子的な dark matter の密度ゆらぎ $\delta P/P = 1/5000$ に対し、見えるバリオン系のゆらぎはたったの10万分の1しかなくバリオン物質が dark matter によって重力不安定性に依りゆらぎが引きずられたとしている。宇宙が「見えざるもの」によって見えるものが支配されてきた事は不思議且神秘である。そこではエントロピーの減少すらおこっている。

さて生物や人工生命体に限らず複雑な系では、必ずしも厳密に定義されたとはいえない迄も無数の概念が生れて来たことはすでにのべた。ゆらぎ、カオス、ランダム乱流、引き込み現象（振巾引き込み、位相引き込み等）、とりわけ生命体でのホロン（関係子）、ファジー、フラクタル、 $1/f$ 的ゆらぎ、分岐、非線形応答性、エネルギー散逸系、非可逆非平衡等々殆んど枚挙にいとまない程である。しかし注目すべき事は例えばカオスにしろ Fuzzy にしても統計力学的な意味である限定された概念でありカオスは文字通りの「カオス」ではないことであろう。最初学問用語のカオスはアインシュタインの先輩の H. Poincare⁸⁾ による三体問題のエネルギー保存則、つまり Hamilton 系⁸⁾でのカオスを意味しこれが Einstein の前期量子論での位相空間、トーラス問題へと発展したのだがそこでは「非可積分性」の事をカオスと呼んだのだった。又ランダムパターンの統計力学のはじまりは70年前の寺田寅彦に由来し彼はとりわけ焼物のひびのパターン等を考察対象としたが当時の事で、高い評価がされたとは言えなかった。彼は進み過ぎていたのだろう。ポロノイ分割のパターンは大変今日的である。



図A 右へ進む程、大体多様化・複雑化・分岐度・非線形度は増加する
しかしこの表は多少とも任意性があり決して絶対的なものとは思われない。

□ 数学的表現の若干について

非線形応答, 非平衡で大きな自由度の系をまともに数式で表現したり解を求める事はたとえコンピュータをもってきても至難の業である。

先刻の化学振動リズムを呈する B. Z. 反応のトリガー波は非平衡系を自然的に生むのだがこれは縮約位相方程式で記述され得る。一方液晶に電圧を加えて次第にそれを高くして行くといわゆる電気流体力学的不安定性をしめしロール対パターン (2次元対流) → 欠陥乱流 → Grid パターン → 位相波を経て分岐が進み最後は乱流となることが知られているがこの不安定性は縮約振巾位相方程式により記述可能である。Contraction の操作がマイクロとマクロの間の階層をつなぐのに大切な役を演じることが判る。次に前に少しふれた特に生命系への微分方程式に代わるオイラー差分方程式 (これは離散力学系に適する) に言及しなくてはならない。今オイラー差分方程式として $x_{n+1} = a(1-x_n)x_n$ を考えることにする。

この差分式は $x_{n+1} = f_a(x_n)$ と書けるが, $x_{n+1} = a(1-x_n)x_n$ は a の値によって意外な程敏感に変動する。同式は元来生物の増殖率を表す $dN/dt = aN(K-N)/K$ なる微分方程式を差分に変えた

$N(t+\Delta t) - N(t)/\Delta t = r(K-N(t))/K \cdot N(t)$ 従って $N_{n+1} = \left\{ (1+\Delta tr) - \frac{\Delta tr}{K} N_n \right\} N_n$ を簡略化したもので Logistic 方程式という。尚, $dN/dt = aN(K-N)/K$ は解析的に解けるがその解は $N(t) = N_0 K e^{rt} / (N_0 e^{rt} + K - N_0)$ でシグモイド曲線を描くことができる。1953年頃京大の内田は上の方程式に基づいて増殖速度を次の差分方程式つまり内田方程式を提示し, これが実験室内の実験結果を良く再現したことで評判になった: $N_{n+1} = \left(\frac{1}{b_0 + c_0 N_n} - \sigma \right) N_n, 0 < \sigma < 1$

同式は $Y = \left(\frac{1}{b+cx} - \sigma \right) X, b, c \propto \exp(\Delta t)$ と簡略化できる。その数年後アメリカの R. May はこれにヒントを得て次の近似差分方程式 $\frac{N(t+\Delta t) - N(t)}{\Delta t} = r \frac{(K-N(t))}{K} N(t), K = N_{max}$ を出しそこで $N(n\Delta t) \equiv N_n$ とすると差分式 $N_{n+1} = \left\{ (1+\Delta tr) - \frac{\Delta tr}{K} N_n \right\} N_n$ が得られる。

K は N の最大値だから $K = N_{max}$ としてもよい。

さて先刻の漸化式でもある差分方程式 $x_{i+1} = ax_i(x_i-1)$ は a に非常に敏感で $a = 2.6, 3.2, 3.5, 3.7$ と変えたときはじめの三つは規則性があるが 3.7 の時はランダムでカオスに近づく。この漸化式はやはり増殖速度を示す差分式 $N_{i+1} = cN_i(N_{max} - N_i)$ において $x_i = N_i/N_{max}, a = cN_{max}$ と置けば求められる。 $a = 2.6$ で一定, $a = 3.2$ と 3.5 で一定ではないが周期的でレギュラー, $a = 3.7$ では不規則でカオス的となるのは驚きである。内田方程式とよく似たものにイタリアの E. R. カイアニエロの神経回路網の神経細胞の状態を記述するオイラー差分近似方程式が知られているがとても複雑である。今 $0, \tau, 2\tau \dots$ を時刻の離散値とし, $x_i(t)$ はコンピューターに似せて 0 又は 1 の値をとる神経細胞の状態とするとカイアニエロ方程式は次のようになる:⁶⁾

$x_i(t+\tau) = I \left[\sum_j \sum_r a_{ij}^{(r)} x_j(t-r\tau) - \theta_i \right]$ ここで θ_i は正数で細胞 i のしまい値で内田方程式の σ に相当する。 $I[x]$ は $x \geq 0$ の時に $1, x < 0$ の時に 0 をとるとする。 $a_{ij}^{(r)}$ は最も複雑であり Cell j から Cell i へ結合するときの過去のヒステリシスの影響の負荷を意味している。このカイアニエロ

の近似差分方程式はファジーコンピューターではなく von Neumann 型コンピューターの考え方を取り入れている。(ここでファジーとは日常的なあいまいさの意味ではなくむしろその逆でさえある!) 次に少々パターンのゆらぎとりわけ我々の美的感覚や快感とも関係する $1/f$ ゆらぎ, ここでは f は周波数を取り上げてみよう。エントロピー問題とも関連するパワースペクトル密度 $S(f)$ は統計力学で重要な自己相関係数: $\varphi(\tau) = \langle x(t)x(t+\tau) \rangle$ とWiener relationで結ばれる:すなわち $S(f) = 4 \int_0^\infty \varphi(\tau) \cos 2\pi f \tau d\tau$, $\varphi(\tau) = \int_0^\infty S(f) \cos 2\pi f \tau df$

ごく一般に $S(f)$ を縦軸, $f(H_z)$ を横軸にすればほぼ右下りのカーブが画かれるがその曲線の右下部はエントロピー小, 左上部は大の状態に相当すると考えられる。ローレンツ型のパワースペクトルの曲線で今のべた白色スペクトル(エントロピー大)の所つまり低周波数では白色に, 又, 大きな周波数では $1/f^2$ に比例する。その中間周波数でピンクスペクトルつまり $1/f$ のゆらぎを呈する事実はきわめて意義深い。 $1/f$ ゆらぎの発生起源の理由は今もって不明であるがこれは一種の f に関し中間状態でありこれが絵画パターンであり音楽のリズムやスポーツの振動であれ意外性と期待性が拮抗していて適度な緊張感と爽快感を人間に与え特にfuzzyマシンでもこの事が当てはまる。さてスケールの異なった大小二つの図形の統計的類似性やパターンの境界線の曲率やその混雑度が大変似ている事が多々あることを前に指摘し, スケーリングや縮約操作が非線形の系に独得であることに言及した。この事実を定量的に表現する方法はゆらぎの空間変化のスペクトルを見ることだが, 今ローカルな秩序変数の場の量を $S(r)$ とすると, ゆらぎのスペクトル I_k は $I_k = \langle |S_k|^2 \rangle_t$, ここで $\langle \rangle_t$ は時刻 t でのゆらぎの平均とする。そして $S_k = \int e^{-ik \cdot r} S(r) dr$ である。今 t に依存する長さ $l(t)$ を尺度としたスケーリングが成立てば次の関係を得る。但し d は空間の次元数, F は時間に依らない関数とする。

$I_k / \int I_k' d_k' = l(t)^d F(k, l(t))$, そこで縦軸に $S(r)$ の対数を, 横軸にスケールされた波数 k をとりプロットするとなめらかな減少曲線が得られる。一般に自然の空間パターンの生成は場の能力すなわち必ず場の量に関し「自発的対称性の破れ」の結果と考えることができる。

自由エネルギー, u を場の大きさとすれば散逸系では $\partial u / \partial t = -\delta G / \delta u$ が成立ち $dG/dt = -\int_r |\partial u / \partial t|^2 dr \leq 0$ でこれはエントロピー増大に対応する。

そこで $\partial u / \partial t$ 式の離散値格子化を考える。 $l, j = 1, 2, \dots, N$ なる要素に対し複素振巾 a に関し $a_{l,j}(t) \equiv a_{l+N,j+N}(t)$ において次の微分差分方程式が成立つ:

$$da_{l,j}/dt = a_{l,j} - (1+i\beta) |a_{l,j}|^2 a_{l,j} + K(1-ic) (a_{l,j+1} + a_{l,j-1} + a_{l+1,j} + a_{l-1,j} - 4a_{l,j})$$

ここで $1/K$ が非線形且非平衡性の尺度を与えそれが小さいうちは格子にレギュラーな変調をもたらし, 大きくなるとらせん状の変調波をもたらすと考えられるがこれはまさに新しい素励起があらわれることを意味する。

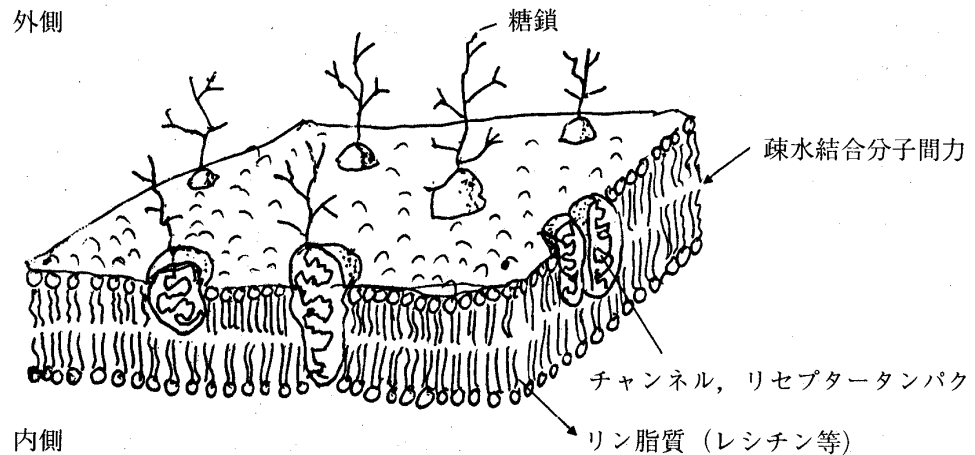
化学平衡が静的ではなく動的平衡であるとの立場をみとめてもロシアのベリョーゾフにとって又我々にとって化学振動が起る事実は尚新鮮なおどろきであり「ゆらぎ」がかかっているのだろう。B. Z. 反応溶液を放置すると空間的な円形状らせんパターンを呈するが, ある生体液

晶に回転磁場を印加しても同様なうず巻きパターンがみとめられる事を印象深い。

巻貝やかたつむりのそれとそっくりである。(対数らせん, 極座標表示: $r = ke^{a\theta}$)

足利工業大の研究グループは北海道奥尻大地震の建造物とりわけ墓石の倒かい具合を統計的に調査した結果ヨコ, タテの振動が急激に増巾された非線形振動によると解析している。

地震, 津波はさることながら自然の中での最大のカオスの複雑さは近年の異常気象ではなかろうか。偏西風の蛇行やブロッキング現象は極度に予測し難く気象学での最も手ごわい対象でこれは従来の線形近似の流体力学では完全にお手上げであろう。「非線形場の局在状態」と大いに関係ありそうである。又生物の様な極度に複雑な系に対する数学的扱いも現時点ではきわめて限定されており特殊な性質に着目した時にのみ成功している(例えば粘菌の動力学, レオロジーと物質移動は多分次式⁵⁾で表される: $\dot{A} = \partial A / \partial t = F(A) + D\nabla^2 A$, D は拡散係数)。以前から光合成の明反応や酸素の動力学は非線形応答的であることが知られていた。



図B 生体膜の流動モザイクモデル

リン脂質の2重層の中にチャンネルタンパク, オリゴ糖タンパクなどの機能性タンパクを含む。膜の厚さは約80オングストロームで2重層はコンデンサーとしても機能すると思われる。この2重層は下方から裏打ちフィラメントの支柱細胞でゆるく保持されている。生物物理学での最も関心のもたれるテーマの一つでもある。

結論 ——新博物学の復権——

真の意味で生物と非生物を区別する定義は仲々確立されていないが最高度に複雑系たる生命系は疑いもなく非線形応答で非平衡且エネルギー散逸的開放系で常にゆらぎがつきまとうと言う表現は少なくとも必要条件であろう。ホロンにより組織全体の共同現象はエントロピーをさげている。

生物物理化学という学問があるがこれはいわば自然科学内での境界がとりはらわれたつまり新しい形の「博物学の復権」および従来の要素還元主義に徹した「物理帝国主義の変改」を意

味するものである。数理経済学は物理学にそっくりだと主張がされる。つまり数学が両者に共通なのだろう。結局非線形の科学は21世紀へと引きつがれる宿命にあるだろう。

物理帝国主義の弱体化云々したのだがこの複雑系の科学で一番最要なのは新しいコンセプトの結合を数学の助けによって何如に達成するかでその際例えば「情報の縮約」といった操作には必ず物理的自然法則が相変わらず主役を演じるものと信ずる次第であり、正確な物理的洞察が不可欠である。

——以上——

註並びに文献

- 1) 歴史的に見れば Newton, Hook 時代は線形的世界を、18C. 後半の Maxwell, Kelvin 等の粘弾性物質に対する Maxwell や Voigt 物体モデルは緩和やクリープ現象を記述し非線形的であり又今世紀のローレンツの気象学モデルはカオス且非線形性が極度に高い。そして今日特に量子光学はその大半は非線形のそれである。
- 2) グイーストドラの定理によればエクセルギーの減少量は環境温度 T_0 とエントロピー生成 S_i の積であらわされる： $-\Delta E_x = T_0 \Delta S_i$
- 3) 或る動物の平均寿命を Δt 、エネルギー消費率を ΔE 、体重を m とすれば $\Delta t \cdot \Delta E = K$ 、 $K [ml^2 t^{-1}]$ が成立つだろう。
- 4) 非線形光学ではレーザー、三光波混合、周波数混合、パラメトリックの発生、光整流、超短モード周期レーザーパルス、多光子吸収と電離、光双安定性、ホログラフィー等々が取扱われる。
- 5) 血流量の様に Navier-Stokes 方程式で表わしてもよいと思われる。
- 6) 彼と並んで梅沢博臣氏（在カナダ）は胞の学習プロセスを無限自由度を扱う場の量子論で説明を試みており記憶をパターン秩序と同定しゴールドストーンボゾンとしてコルチコン量子を仮定しその励起が記憶に相当すると主張している。コルチコンの相互作用の相手は細胞中の結合水ではないかとの説を出している。ニューロンの内ではなく外に非常に弱い電圧応答があることをコルチコンの存在の根拠にしている。これは一種のフォノンと考えられる。（電気双極子列中のフォノン）
脳神経回路ではうたがいてもなく電気インパルス刺激に関し或る積分操作を行うと信じられる。
- 7) 素粒子物理学で質量スペクトルを導出するのに差分方程式が用いられた。
- 8) ポアンカレ以前では J. C. マクスウエルが天体力学でのラプラスの魔を批判して、初期条件の安定性が維持されない限り軌道はカオス的になることを指摘していた。（1877年頃）。そして所謂ハミルトン正準方程式から導かれる微分方程式は非線形でカオス軌道になる。カオスと云えども或る内在的規則性はありその為意外性に満ち例えば予測は不能だが意外に決定性があるといった事態もあり得る。
- 9) レーザーの原理は早くも1917年アインシュタインの理論の中に見出される。すなわち熱平衡のもとで $n_1 B_{12} u_\nu = n_2 (A_{21} + B_{21} u_\nu)$ の等式の右辺の第2項が誘導放出時の粒子数を与え、負の温度つまり反転分布をみとめていたからである。A, Bはアインシュタイン係数 n は原子の個数を、 u_ν は場の電磁エネルギー密度を、又 $E_2 > E_1$ 、 $n_2 > n_1$ である。
- 10) ランダム系として固体物性論で注目されているものにアモルファスや準結晶があるがとりわけ後者は Al 三元合金の呈する高い抵抗値と5回対称性という驚くべき性質を有し結晶とは異なり準周期性があり正多面体クラスターを含む為 unit cell が二種以上ある。一次元のモデルで判断すると準結晶は結晶又は近似結晶とアモルファスとの中間状態と考えられる。（波動関数や状態密度に関し）、状態密度に擬ギャップが存在し、フェルミエネルギー付近に来る。準結晶では厳密な自己相似性を欠く。

付記 時間 t の演算子化の表現は以前から筆者にとって関心事であったしもっと早く気付くべきであったが

統計力学の助けによって $t \equiv h/2\pi \cdot 1/kT$ と表現できる。h は Planck の又 k は Boltzmann の定数である。マクロの時間は従って単なるパラメーターのみならず必ずある物理的能力を有すると考えざるを得ない。

註) エネルギー散逸構造は特に生物系で顕著でありこれは非平衡且不均一な細胞構造でしか実現され得ない。そこではエントロピーの法則とは反対に、ゆらぎが安定化し且巨大化していることはとりわけ発生過程で認められる。当然散逸構造出現の為には系はぜひ開放系でなくてはならない。或いは生体膜の様に半透過性的系である筈である。巨大な自由度を持つ生命系例えば光合成、酵素のダイナミクスは非平衡系であり又非線形応答をする。散逸構造をもたらす程 disorder が高く、ゆらぎ巾が大きな所で秩序をつくらせる原因となる力を非線形性の力と呼び、結局生命や文明とは非線形力のつくり出した散逸構造の一つと考えられる。

尚この複雑系(非線形、非平衡…)は近年のいわゆる可視化技術やコンピュータシミュレーションの著しい進歩に負う所まことに大である。

-以上-

文 献

- 1 カオスは存在しない? 堀源一郎 Parity 1992, 11
- 2 複雑さこそ、これからの物理 L. P. カダノフ (Physics today Vol. 40. No. 3)
- 3 乱れに隠れた構造 木田重雄 Parity '93 03
- 4 雑音とゆらぎ 武者利光 Parity '89 05
- 5 エントロピーの反撃 D. フレンケル Physics World Vol. 6, No. 2
- 6 生体液晶の異常なゆらぎ 美宅成樹 Parity '87 03
- 7 カオス: その内在する規則性 AA. チェルニコフ他 Physics Today Vol. 41. No. 11
- 8 自然発生するリズムとパターン 吉川研一
- 9 リズムとパターンの物理 甲斐昌一 日経サイエンス 1993, 7月号
- 10 乱れ, カオス, 構造 A. V. ガボレフーグレコフ他 (Physics Today Vol. 43. No. 7)
- 11 岩波数学辞典 3版
- 12 物理学辞典 培風館